

*На правах рукописи*

ПЕТРОВ Михаил Юрьевич

**СПИНОВАЯ ДИНАМИКА СВЯЗАННОЙ  
ЭЛЕКТРОННО-ЯДЕРНОЙ СИСТЕМЫ  
В КВАНТОВЫХ ТОЧКАХ**

Специальность 01.04.10 — физика полупроводников

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2012

Работа выполнена на кафедре физики твердого тела физического факультета Санкт-Петербургского государственного университета.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор,  
профессор кафедры физики твердого тела  
физического факультета СПбГУ  
**Игнатъев Иван Владимирович**

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор,  
профессор кафедры квантовых магнитных явлений  
физического факультета СПбГУ  
**Чижик Владимир Иванович**

кандидат физико-математических наук,  
старший научный сотрудник ФТИ им. А. Ф. Иоффе  
**Глазов Михаил Михайлович**

Ведущая организация: Институт физики полупроводников  
им. А. В. Ржанова Сибирского отделения РАН

Защита состоится 14 февраля 2013 г. в 11<sup>30</sup> на заседании совета Д 212.232.33 по защите докторских и кандидатских диссертаций при Санкт-Петербургском государственном университете по адресу: 198504, Санкт-Петербург, Петродворец, Ульяновская ул. 1, конференц-зал НИИ Физики им. В. А. Фока.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке им. М. Горького СПбГУ.

Автореферат разослан \_\_\_\_\_ г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
профессор

Лезов А. В.

# Общая характеристика работы

Настоящая диссертационная работа посвящена теоретическому моделированию спиновой динамики связанной системы, содержащей спин резидентного электрона и множество спинов ядер атомов кристаллической решетки в полупроводниковых квантовых точках.

## Актуальность исследования

Спиновая динамика электронов и ядер в полупроводниковых квантовых точках привлекает интерес научного сообщества в связи с потенциальной возможностью использования спина электрона в качестве элемента компьютерной логики (квантового бита), а самой квантовой точки в качестве элементарной логической ячейки в будущих реализациях квантового компьютера [1]. Важным преимуществом квантовых точек является возможность инициализации в них спинового состояния в полностью оптической схеме и, вместе с тем, возможность интеграции наноструктур на их основе в существующие полупроводниковые схемы [2].

В последнее десятилетие широкое распространение получили экспериментальные методики, позволяющие исследовать спиновую динамику локализованных в квантовой точке одиночных электронов — резидентных электронов [3]. Спиновая динамика резидентного электрона определяется, в основном, сверхтонким взаимодействием спина этого электрона со спинами ядер атомов, образующих квантовую точку [4].

Проблема квантово-механического описания спиновой динамики в квантовых точках заключается в том, что такая система содержит слишком большое число частиц  $N \sim 10^5$ . Точное аналитическое решение может быть получено лишь в некоторых случаях [5], в частности, в предположении однородного сверхтонкого взаимодействия [6]. Эта модель, тем не менее, не позволяет описать спиновую динамику в реальной квантовой точке, где сверхтонкое взаимодействие существенно неоднородно по ее объему. Поэтому развитие квантово-механического подхода, учитывающего неоднородность сверхтонкого взаимодействия является актуальной теоретической проблемой, связанной с описанием эксперимента.

## **Цель и задачи работы**

Целью настоящей диссертационной работы является построение и анализ теоретических моделей динамики электронно-ядерной спиновой системы в условиях оптического возбуждения, учитывающих квантово-механическую природу спинов электрона и ядер и выходящих за рамки термодинамической теории.

Для достижения поставленной цели решались следующие задачи:

1. Построение теоретической модели для описания изменения оптического спектра и объема локализации электрона в квантовых точках  $(\text{In,Ga})\text{As}/\text{GaAs}$ . Определение величины ядерных спиновых флуктуаций в этих точках.
2. Построение квантово-механической модели для описания спиновой динамики электронно-ядерной системы в квантовой точке с учетом неоднородного по объему квантовой точки распределения электронной плотности. Расчет динамики поляризации ядерной спиновой системы при наличии оптической накачки спина электрона.
3. Формулировка полуклассического подхода для описания спиновой динамики электронно-ядерной системы в условиях оптической накачки. Расчет динамики этой системы в рамках полуклассической модели.
4. Анализ применимости полуклассического подхода для описания спиновой динамики электронно-ядерной системы путем сравнения результатов расчета этой динамики с расчетом в рамках квантово-механической модели.

## **Научная новизна**

В работе развита оригинальная теоретическая модель для описания влияния отжига на оптические спектры квантовых точек  $(\text{In,Ga})\text{As}/\text{GaAs}$ , с использованием которой впервые определена величина ядерных спиновых флуктуаций неполяризованной ядерной спиновой системы в этих точках. Построена оригинальная модель для описания деполяризации электронного спина в эффективном поле ядерных спиновых флуктуаций и его подавления внешним магнитным полем.

В работе предложена и реализована ступенчатая модель для описания спиновой динамики электронно-ядерной системы, учитывающая неоднородность величины сверхтонкого взаимодействия в пределах квантовой точки. С помощью этой модели теоретически рассчитаны временные зависимости динамической ядерной спиновой поляризации, аппроксимирующие на начальном этапе накачки зависимость, рассчитанную в точной модели. Показано, что ступенчатая модель качественно воспроизводит динамику электронно-ядерной спиновой системы, наблюдаемую в эксперименте при знакопеременной оптической накачке циркулярно поляризованным светом.

Продемонстрирован конкретный вид зависимости динамики поляризации ядерной спиновой системы от протокола накачки. Установлено, что при периодическом возбуждении эта динамика замедляется, и в ядерной спиновой системе возникает регулярное состояние, в то время как при стохастической накачке регулярного состояния не возникает. Впервые проведено количественное сравнение квантово-механического и полуклассического подходов к описанию спиновой динамики электронно-ядерной системы. Показано, что для неполяризованной ядерной системы, а также в условиях оптической накачки в нулевом магнитном поле обе модели количественно воспроизводят величины средних значений наблюдаемых величин. Однако, для случая оптического возбуждения системы в поперечном магнитном поле модели дают количественно различающиеся результаты.

### **Теоретическая и практическая значимость**

Результаты работы могут быть использованы при исследовании когерентных оптических свойств наноструктур с квантовыми точками (In,Ga)As/GaAs. Полученные в работе результаты показывают, что предлагаемые теоретические модели могут использоваться для описания спиновой динамики в различных квантовых точках.

### **Защищаемые научные положения**

1. Возникновение провала в экспериментально регистрируемой зависимости степени поляризации люминесценции (In,Ga)As/GaAs квантовых точек во

внешнем магнитном поле обусловлено взаимодействием электронного спина с ядерными спиновыми флуктуациями.

2. В отличие от модели, предполагающей равномерное распределение электронной плотности в квантовой точке (модели ящика), модель, использующая аппроксимацию распределения электронной плотности ступенчатой функцией, позволяет описать динамику электронно-ядерной спиновой системы в квантовой точке в более широком временном интервале.
3. Динамика поляризации ядерной спиновой системы замедляется при периодической накачке электронной спиновой подсистемы в сравнении накачкой хаотически следующими импульсами. В этом случае в ядерной спиновой системе возникает регулярное состояние, блокирующее передачу углового момента от электронного спина в ядерную спиновую систему.
4. Теоретическое моделирование динамики электронно-ядерной спиновой системы в рамках квантово-механического и полуклассического подходов позволяет адекватно описать процесс синхронизации мод прецессий электронного спина в магнитном поле при периодической оптической накачке.
5. Расчет эффекта синхронизации с использованием квантово-механического и полуклассического подходов дает качественно близкие, но количественно различающиеся результаты.

### **Апробация работы**

Результаты проведенного исследования были доложены в виде семнадцати докладов на конференциях разного уровня, в числе которых:

- International Symposium on “Nanostructures: Physics and Technology”, Russia, 2007–2011 гг.
- Всероссийская молодежная конференция «Физика и Прогресс», Санкт-Петербург, 2007–2008 гг.
- «50-я научная конференция МФТИ», Москва, 2007 г.
- «Всероссийская молодежная конференция по физике полупроводников и полупроводниковой опто- и наноэлектронике», Санкт-Петербург, 2007–2008 гг.
- Joint Advanced Student School “JASS”, St. Petersburg, Russia, 2008.

- 5th and 6th International School and Conference on Spintronics and Quantum Information Technology “Spintech”, Cracow, Poland, 2009 and Matsue, Japan, 2011.
- International Conference “Quantum Dots 2010”, Nottingham, UK, 2010.
- Зимняя молодежная школа-конференция с международным участием Spinus «Магнитный резонанс и его приложения», Санкт-Петербург, 2010–2011 гг.
- The International Summer School on ITN “Spinoptronics” (“ISSO-2012”), St. Petersburg, Russia, 2012.

Кроме того, работа неоднократно обсуждалась на семинарах кафедры физики твердого тела физического факультета в Санкт-Петербургском государственном университете и в Физико-Техническом институте им. А. Ф. Иоффе.

### **Публикации**

Основное содержание диссертации отражено в шести статьях в журналах, входящих в перечень ВАК. Список публикаций приведен в конце автореферата.

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, списка основных публикаций и списка цитируемой литературы. Объем диссертации составляет 117 страниц, включая 26 рисунков и 3 таблицы. Список цитируемой литературы содержит 99 наименований.

## **Краткое содержание диссертации**

**Во введении** обосновывается актуальность диссертационного исследования, формулируются основные цели и задачи исследования, излагаются научные положения, выносимые на защиту, кратко описывается структура диссертационной работы.

**Первая глава** диссертации «Аналитический обзор литературы» посвящена анализу научных работ, в русле которых лежит диссертационное исследование. В ней обсуждаются основные концепции, лежащие в основе

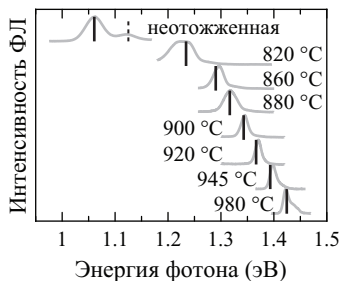
исследований свойств спиновой системы электронов и ядер в твердых телах. Рассмотрен принцип использования оптической ориентации как метода исследования спиновых явлений в полупроводниках. Рассмотрены основные взаимодействия, влияющие на динамику электронно-ядерной спиновой системы в объемных полупроводниках. На основе анализа литературы сделан вывод, что в квантовых точках основным является сверхтонкое взаимодействие электронного спина со спинами ядер атомов кристаллической решетки, формирующих квантовую точку. Сделан анализ существующих теоретических моделей для описания спиновой динамики электронно-ядерной спиновой системы в квантовой точке. Приведен обзор наиболее интересных результатов, опубликованных по тематике диссертации. В заключение главы делается обоснование основных целей и задач диссертационной работы.

**Вторая глава** диссертации «Структура энергетических состояний носителей в квантовых точках (In,Ga)As/GaAs» посвящена вопросу описания энергетической структуры состояний носителей в самоорганизованных квантовых точках (In,Ga)As/GaAs. Создана модель, дающая неплохое согласие с имеющимися экспериментальными данными по фотолюминесценции для серии образцов с квантовыми точками, отожженными в широком диапазоне температур.

В начале главы рассмотрен вопрос выбора геометрии модельной квантовой точки. Исходя из анализа изображения сканирующей электронной микроскопии образца с квантовыми точками, выбрана квантовая точка куполообразной формы, обладающая цилиндрической симметрией, и имеющая определенные латеральные размеры. Для такой квантовой точки выполнено моделирование изменения профиля концентрации индия и галлия в процессе их взаимной диффузии между квантовой точкой и барьерными слоями арсенида галлия, происходящей в результате послеростового отжига квантовых точек.

Далее описана процедура расчета упругих напряжений, возникающих в самоорганизованных квантовых точках. Описание иллюстрируется примером расчета компонент тензора деформаций в рамках приближения сплошной среды, адаптированного для модели, обладающей цилиндрической симметрией. Результаты расчетов профиля концентрации индия и возникающих упругих напряжений в квантовой точке используются для расчета профилей потенциалов,





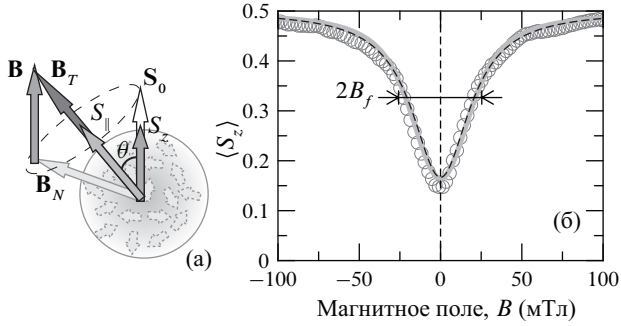
**Рис. 1.** Спектры фотолюминесценции (ФЛ) серии образцов с квантовыми точками (In,Ga)As/GaAs, неотожженными и отожженными при различных температурах. Вертикальными линиями показаны рассчитанные положения оптических переходов.

локализирующих электроны зоны проводимости и тяжелую и легкую дырки в валентной зоне.

После этого, с использованием одночастичного приближения, описывается процедура расчета энергетического спектра и волновых функций электрона и дырок, локализованных в квантовых точках. Для экситона, находящегося в основном энергетическом состоянии, проведен расчет энергии его рекомбинации с учетом кулоновского взаимодействия электрона и дырки. Изменение энергии основного оптического перехода в зависимости от температуры отжига квантовых точек сравнивается с экспериментально измеренными спектрами фотолюминесценции для серии образцов с отожженными квантовыми точками (In,Ga)As/GaAs. Результаты этого расчета приведены на рис. 1.

**Третья глава** «Полуклассическое описание динамики электронного спина в оптическом эксперименте» описывает эффект взаимодействия электронного спина со спинами ядер с использованием модели, в которой действие ядерных спинов на спин электрона описывается классическим магнитным полем, величина которого случайна и может флуктуировать.

Согласно модели, описанной в работе [5], действие ядерной спиновой системы на электронный спин можно представить как эффективное магнитное поле  $\mathbf{V}_N$  (поле ядерных спиновых флуктуаций), случайное по величине и направлению. Величина флуктуации этого поля обратно пропорциональна квадратному корню из числа ядерных спинов в объеме локализации электрона. Используя модель квантовой точки, описанную во второй главе диссертации, удалось рассчитать без дополнительных подгоночных параметров величину объема локализации электрона и дисперсию поля  $\mathbf{V}_N$ .



**Рис. 2.** (а) Схема прецессии электронного спина в суммарном поле  $\mathbf{B}_T = \mathbf{B} + \mathbf{B}_N$  (см. детали в тексте). (б) Электронная спиновая поляризация как функция величины внешнего магнитного поля. Кружки — экспериментальная зависимость, сплошная линия — модельный расчет, пунктирная линия — аппроксимация функцией Лоренца.

Быстрая прецессия электронного спина в магнитном поле  $\mathbf{B}_T = \mathbf{B} + \mathbf{B}_N$ , составленном из внешнего  $\mathbf{B}$  и эффективного поля  $\mathbf{B}_N$ , сохраняет продольную компоненту  $S_{||}$ . Экспериментально наблюдаемой является величина пропорциональная ее  $z$ -проекции  $S_z$  [рис. 2(а)]. Используя результаты расчета дисперсии эффективного поля  $\mathbf{B}_N$  смоделирована зависимость остаточной электронной спиновой поляризации от величины внешнего магнитного поля [рис. 2(б)]. Показано, что модельный расчет достаточно хорошо описывает экспериментальную зависимость степени поляризации фотолуминесценции для отожженных квантовых точек (In,Ga)As/GaAs. Кроме того, модельный расчет хорошо аппроксимируется функцией Лоренца  $\langle S_z \rangle = \frac{S_0}{3} \left[ 1 - \frac{2/3}{1 + (B/B_f)^2} \right]$ , где величина  $B_f = 22$  мТл определяет величину ядерных спиновых флуктуаций.

**В четвертой главе** диссертации «Квантово-механическая „ступенчатая“ модель — “graded box model”» описывается квантово-механическая модель, являющаяся расширением модели ящика [6]. В этой модели распределение электронной плотности в квантовой точке аппроксимируется ступенчатой функцией, а ядра разделяются на группы эквивалентных ядер. Сверхтонкое взаимодействие внутри одной группы эквивалентных ядер считается постоянным. Число групп

эквивалентных ядер  $n = 1$  соответствует модели ящика, а в случае, когда число групп равно числу ядер в системе,  $n = N$ , модель является точной.

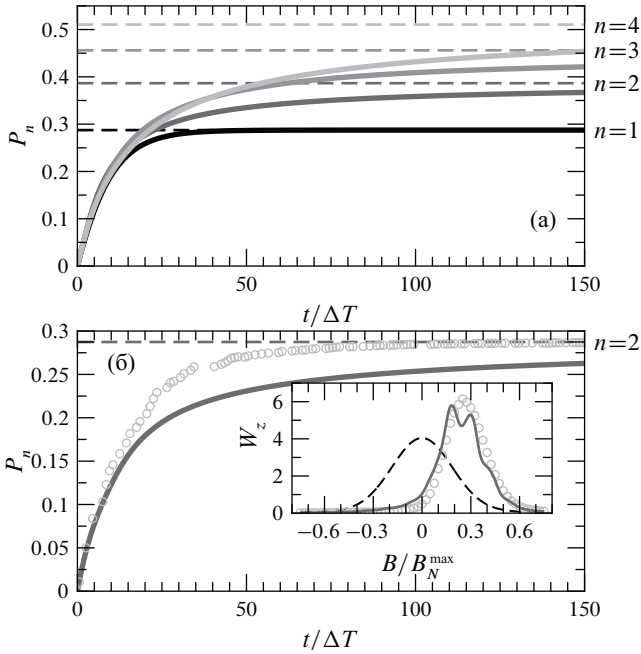
В этой главе диссертации описывается, каким образом гамильтониан электронно-ядерной спиновой системы может быть диагонализирован, для чего была разработана оригинальная численная схема, основанная на применении алгоритма «разделяй и властвуй».

Далее описывается влияние оптической накачки на динамику электронно-ядерной спиновой системы. Идея заключается в том, что фотон входящего импульса накачки разрывает связанное движение электронно-ядерной системы, ориентирует электронный спин в заданном состоянии, а состояние ядерной системы не модифицирует. После действия импульса в электронно-ядерной системе продолжается связанное движение. Угловой момент, переданный электрону от фотона накачки, таким образом, передается ядерной спиновой системе, в результате чего возникает динамическая ядерная спиновая поляризация.

Динамика поляризации ядерных спинов рассчитана в модели с различным числом групп эквивалентных ядер [рис. 3(а)]. Показано, что последовательным учетом неоднородности сверхтонкого взаимодействия можно рассчитать динамику ядерной спиновой поляризации на увеличивающемся временном интервале.

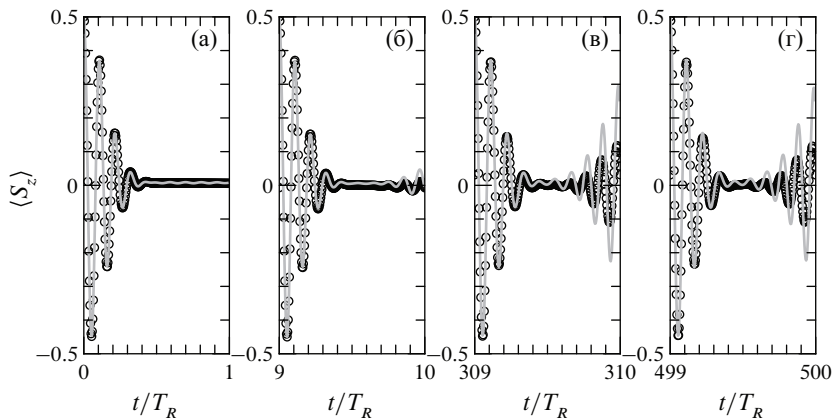
Рис. 3(б) демонстрирует эффект, связанный с периодичностью следования импульсов накачки. Если электронный спин ориентируется через равные промежутки времени, то в распределении ядерных спиновых флуктуаций проявляется некоторая периодичность [см. вставку на рис. 3(б)]. При этом передача углового момента в ядерную спиновую систему блокируется, а динамика ядерной спиновой поляризации замедляется.

**В пятой главе** диссертации «Сравнение квантово-механического и полуклассического подходов» описано сопоставление двух подходов к описанию спиновой динамики электронно-ядерной системы. В начале главы записан гамильтониан электронно-ядерной спиновой системы во внешнем магнитном поле, кратко сформулированы основные положения квантово-механической модели, уже рассмотренной в четвертой главе, а также приведен вывод уравнений движения для средних значений спина электрона и полного момента



**Рис. 3.** (а) Динамика ядерной спиновой поляризации, рассчитанная в модели с  $N = 24$  ядерными спинами  $I = 1/2$ , разделенных в различное количество групп  $n$ . Значения стационарных уровней поляризации для различных  $n$  показаны пунктирными линиями. (б) Динамика ядерной спиновой поляризации, рассчитанная в модели с  $N = 48$  ядер со спинами  $I = 1/2$ , разделенными на  $n = 2$  группы, рассчитанная при периодической (сплошная линия) накачке, и при стохастической (кружки) накачке. На вставке показаны распределения эффективного магнитного поля для неполяризованной системы (пунктирная линия) и двух протоколов накачки (сплошная линия и кружки).

ядерных спинов. После этого постулируется система уравнений, описывающих взаимную прецессию классических моментов, ассоциированных со спином электрона и ядерными спинами. Делается утверждение, что для количественного сравнения результатов расчета в двух моделях, результат полуклассического подхода необходимо усреднить с функцией распределения ядерных спиновых флуктуаций.



**Рис. 4.** Динамика  $z$ -компоненты электронного спина в промежутках между импульсами накачки в поперечном магнитном поле, рассчитанная в квантово-механической модели (кружки) и в полуклассической модели (сплошная линия). (а) после действия первого импульса, (б) после действия 9-го импульса, (в) после действия 309 импульса, (г) после действия 499 импульса.

Далее в этой главе показан пример расчета функции распределения величины полного момента ядерных спинов. Показано, что в квантово-механической модели его величина определяется как число состояний с заданным значением полного момента, а в полуклассическом подходе — плотностью нормального распределения, записанной в сферических координатах. Расчет показывает, что эти функции совпадают уже для относительно небольшого числа ядерных спинов  $N \sim 20$  в системе, что частично обосновывает применение квантово-механической модели, рассматривающей лишь несколько десятков ядерных спинов, для качественного описания спиновой динамики в реальных квантовых точках.

После этого в диссертации рассматривается динамика электронного спина, инициированного единичным импульсом накачки и взаимодействующего с ядерной спиновой системой. Результаты расчетов в рамках квантово-механического и полуклассического подходов сопоставляются с аналитическим результатом, полученным ранее в работах [5, 6], с которым найдено хорошее соответствие.

В дальнейшем производится сравнение результатов расчета в рамках двух

описанных подходов для спиновой динамики электронно-ядерной системы при наличии периодической оптической накачки электронного спина. Сопоставляются результаты расчета для случая нулевого внешнего магнитного поля и случая поперечного поля. В поперечном магнитном поле обе модели демонстрируют проявление подстройки частот прецессии электронного спина (рис. 4). Обе модели демонстрируют частичное восстановление электронной спиновой поляризации к моменту прихода импульса накачки (банчинг) после нескольких десятков пришедших импульсов. В обеих моделях возникают регулярные состояния в распределении ядерных спиновых флуктуаций. Обсуждаются различия амплитуды банчинга, делается вывод о принципиальном различии моделей, несмотря на качественное сходство результатов расчета, полученных в их рамках.

**В заключении** сформулированы основные результаты работы. В конце диссертации приводятся список публикаций и список цитируемой литературы.

## **Основные результаты работы**

Основные результаты, приведенные в диссертационной работе, можно сформулировать следующим образом.

- Построена теоретическая модель, адекватно описывающая изменение оптических спектров наноструктуры с  $(\text{In,Ga})\text{As}/\text{GaAs}$  квантовыми точками в результате отжига. Сравнение результатов расчета с экспериментально измеренными спектрами квантовых точек позволило оценить средний размер точек и его зависимость от температуры отжига.
- Использование этой модели позволило рассчитать, без использования дополнительных подгоночных параметров, величину эффективного поля ядерных спиновых флуктуаций в неполяризованной ядерной системе, действующего на спин резидентного электрона.
- Теоретически смоделирован эффект дефазировки электронного спина за счет ядерных спиновых флуктуаций и его подавление внешним полем. Рассчитанная в рамках модели полевая зависимость степени спиновой поляризации резидентного электрона полностью соответствует экспериментальным наблюдениям.

- Для описания спиновой динамики электронно-ядерной системы развита ступенчатая модель, являющаяся обобщением широко используемой модели ящика. Модель учитывает неоднородность распределения электронной плотности внутри квантовой точки путем замены этого распределения ступенчатой функцией и объединения ядерных спинов в группы.
- С помощью этой модели получены временные зависимости ядерной спиновой поляризации, повторяющие друг друга на начальном временном интервале в присутствии накачки электронного спина.
- Показано, что динамика поляризации ядерной спиновой системы зависит от протокола накачки — при периодическом возбуждении эта динамика замедляется, и в ядерной спиновой системе возникает регулярное состояние.
- Установлено, что ступенчатая модель качественно воспроизводит динамику спиновой системы, наблюдаемую в эксперименте при знакопеременной оптической накачке циркулярно поляризованным светом.
- Проведено сравнение квантово-механического, использующего формализм матрицы плотности, и полуклассического, использующего уравнения совместной прецессии электронного и ядерного спинов, подходов к описанию спиновой динамики электронно-ядерной системы. Показано, что для неполяризованной ядерной системы, а также в условиях оптической накачки в нулевом магнитном поле модели дают практически одинаковые результаты.
- При возбуждении системы в присутствии поперечного оси оптической накачки магнитного поля, квантово-механическая и полуклассическая модели дают качественно похожие, но количественно различающиеся результаты. Это различие обусловлено малостью величины электронного спина  $S = 1/2$ , описание динамики которого в рамках классического подхода изначально является спорным вопросом.

### **Основные публикации по теме диссертации**

1. M. Yu. Petrov, I. V. Ignatiev, S. V. Poltavtsev, A. Greilich, A. Bauschulte, D. R. Yakovlev, and M. Bayer, “Effect of thermal annealing on the hyperfine interaction in InAs/GaAs quantum dots,” *Phys. Rev. B* **78**, 045315 (2008).

2. M. Yu. Petrov, G. G. Kozlov, I. V. Ignatiev, R. V. Cherbunin, D. R. Yakovlev, and M. Bayer, “Coupled electron-nuclear spin dynamics in quantum dots: A graded box model approach,” *Phys. Rev. B* **80**, 125318 (2009).
3. K. Flisinski, I. Ya. Gerlovin, I. V. Ignatiev, M. Yu. Petrov, S. Yu. Verbin, D. R. Yakovlev, D. Reuter, A. D. Wieck, and M. Bayer, “Optically detected magnetic resonance at the quadrupole-split nuclear states in (In,Ga)As/GaAs quantum dots,” *Phys. Rev. B* **82**, 081308(R) (2010).
4. M. Yu. Petrov, S. V. Yakovlev, I. V. Ignatiev, D. R. Yakovlev, and M. Bayer, “Effect of magnetic field on the electron-nuclear spin dynamics in quantum dots,” *J. Phys.: Conf. Ser.* **245**, 012028 (2010).
5. R. V. Cherbunin, K. Flisinski, I. Ya. Gerlovin, I. V. Ignatiev, M. S. Kuznetsova, M. Yu. Petrov, D. R. Yakovlev, D. Reuter, A. D. Wieck, and M. Bayer, “Resonant nuclear spin pumping in (In,Ga)As quantum dots,” *Phys. Rev. B* **84**, 041304(R) (2011).
6. М. Ю. Петров, С. В. Яковлев, “Сравнение квантовомеханического и полуклассического подходов для анализа спиновой динамики в квантовых точках,” *ЖЭТФ* **142**, 363 (2012), [*JETP*, **115**, 326 (2012)]

### Список цитируемой литературы

1. D. D. Awschalom, D. Loss, and N. Samarth, eds., *Semiconductor Spintronics and Quantum Computation* (Springer, Berlin, 2000).
2. F. Henneberger and O. Benson, eds., *Semiconductor Quantum Bits* (Pan Stanford Publishing, Singapore, 2009).
3. P. Michler, ed., *Single Semiconductor Quantum Dots* (Springer, Berlin, 2009).
4. M. I. Dyakonov, ed., *Spin Physics in Semiconductors* (Springer, Berlin, 2008).
5. I. A. Merkulov, Al. L Efros, and M. Rosen, “Electron spin relaxation by nuclei in semiconductor quantum dots,” *Phys. Rev. B* **65**, 205309 (2002).
6. Г. Г. Козлов, “Точно решаемая спиновая динамика электрона, взаимодействующего с большим числом ядер, и электронно-ядерное спиновое эхо в квантовой точке,” *ЖЭТФ* **132**, 918 (2007), [*JETP* **105**, 803 (2007)]